3 Quadratische Funktionen und Gleichungen

3.1 Quadratische Funktionen

Merke

Quadratische Funktion

Funktionen mit der Funktionsgleichung $y = ax^2 + bx + c$ heißen **quadratische Funktionen** ($a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$).
Der Graph einer quadratischen Funktion ist eine **Parabel**.

Die quadratische Funktion $y = x^2$

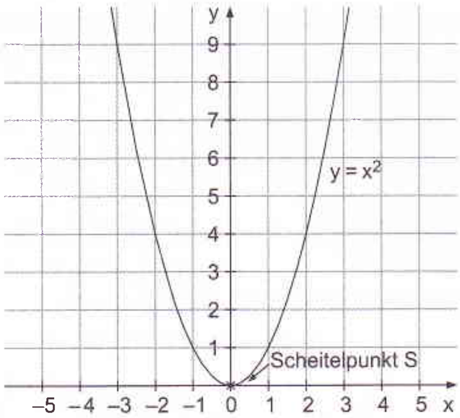
Merke

Der Graph der Funktion $y = x^2$ ist die **Normalparabel**. Sie ist symmetrisch zur y-Achse, der Scheitelpunkt $S(0\,|\,0)$ liegt im Koordinatenursprung.

Wertetabelle

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

Graph



Streckung der Normalparabel

Merke

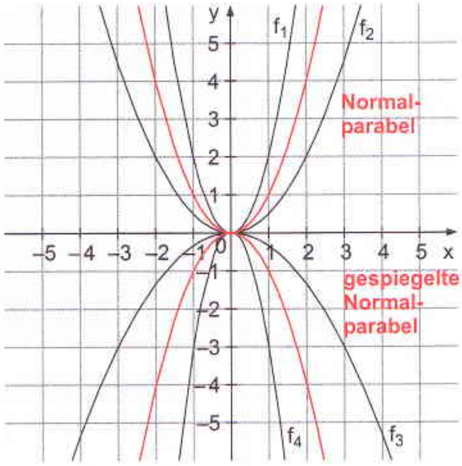
Quadratische Funktionen der Form $y = a \cdot x^2$

- Die Graphen der Funktionen $y = a \cdot x^2$ sind Parabeln, die durch Streckung der Normalparabel mit dem **Streckfaktor a** entstehen.
- Ist $a > 1$ oder $a < -1$, so wird die Normalparabel „enger“. Ist $a < 1$ oder $a > -1$, so wird sie „weiter“.
- Für **negative Werte** von a wird der Graph der Parabel an der x-Achse gespiegelt und ist **nach unten geöffnet**.

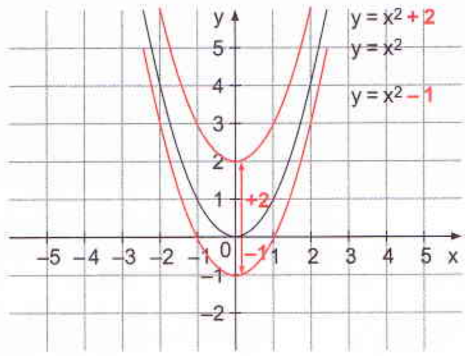
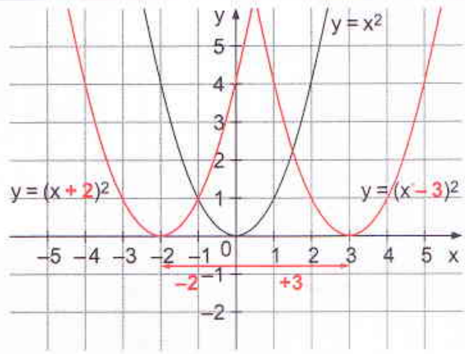
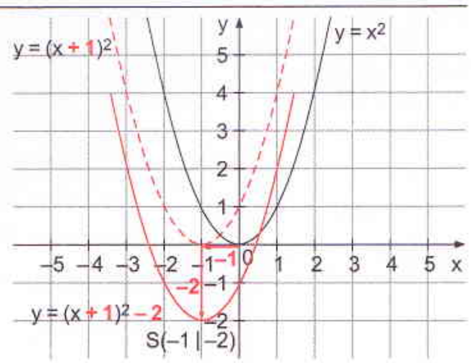
Beispiele

$y = ax^2$

$a = 2$	f_1: $y = 2x^2$
$a = \frac{1}{2}$	f_2: $y = \frac{1}{2}x^2$
$a = -\frac{1}{3}$	f_3: $y = -\frac{1}{3}x^2$
$a = -3$	f_4: $y = -3x^2$



Verschiebung der Normalparabel längs der Koordinatenachsen

<table>
<tr><th>Funktion</th><th>Beschreibung</th><th>Beispiel</th></tr>
<tr><td>$y = x^2 + \mathbf{n}$</td><td>Die Normalparabel verschiebt sich um n Einheiten längs der y-Achse.
Scheitelpunkt S(0 | n)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$y = (x - \mathbf{m})^2$</td><td>Die Normalparabel verschiebt sich um m Einheiten längs der x-Achse.
Scheitelpunkt S(m | 0)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$y = (x - \mathbf{m})^2 + \mathbf{n}$</td><td>Die Normalparabel verschiebt sich um m Einheiten längs der x-Achse und um n Einheiten längs der y-Achse.
Scheitelpunkt S(m | n)</td><td>
</td></tr>
</table>

Scheitelpunktsform einer quadratischen Funktion

Merke

Die Form $y = a \cdot (x-m)^2 + n$ heißt **Scheitelpunktsform**, weil man die Koordinaten des Scheitelpunktes direkt ablesen kann.

$$y = a \cdot (x-m)^2 + n$$

Streckfaktor Scheitelpunkt $S(m \mid n)$

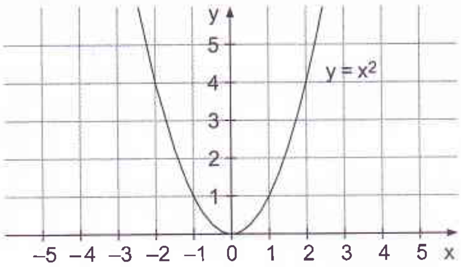
Die Normalparabel wird mit dem **Streckfaktor a** gestreckt, um m Einheiten längs der x-Achse und um n Einheiten längs der y-Achse verschoben.

Beispiel

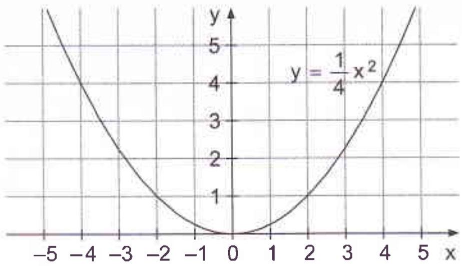
Zeige grafisch, wie durch Streckung und Verschiebung der Normalparabel der Graph der Funktion $y = \frac{1}{4}(x+3)^2 + 1$ entsteht.

Lösung:

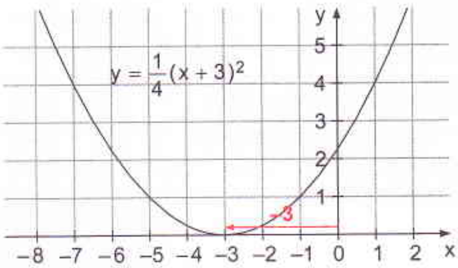
I Normalparabel



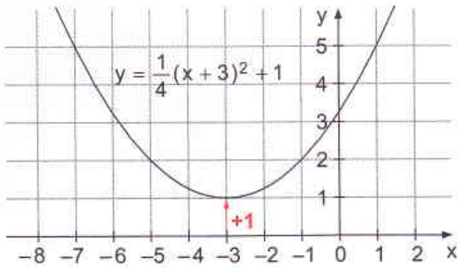
II Streckung mit $a = \frac{1}{4}$



III Verschiebung längs der x-Achse um −3



IV Verschiebung längs der y-Achse um +1



Merke

Scheitelpunktsform und allgemeine Form

Eine quadratische Funktion kann in der allgemeinen Form $y = ax^2 + bx + c$ oder in der Scheitelpunktsform $y = a \cdot (x-m)^2 + n$ angegeben werden.

Beispiele

1. Die Scheitelpunktsform wird in die allgemeine Form umgewandelt.

$y = 3 \cdot (x-5)^2 - 2$ Streckfaktor $a = 3$; Scheitelpunkt $S(5 \mid -2)$

$y = 3(x^2 - 10x + 25) - 2$

$y = 3x^2 - 30x + 75 - 2$

$y = 3x^2 - 30x + 73$

2. Die allgemeine Form wird in die Scheitelpunktsform umgewandelt.

$y=\frac{1}{2}x^2-4x+5$ | Streckfaktor ausklammern

$y=\frac{1}{2}(x^2-8x+10)$

$y=\frac{1}{2}\left(x^2-8x+\left(\frac{8}{2}\right)^2-\left(\frac{8}{2}\right)^2+10\right)$ | Quadratische Ergänzung

$y=\frac{1}{2}(\underbrace{x^2-8x+16}_{\text{Binom}}-16+10)$

$y=\frac{1}{2}[(x-4)^2 \quad -6]$ | Ausmultiplizieren

$y=\frac{1}{2}\cdot(x-4)^2-3$

Scheitelpunkt $S(4|-3)$

Merke

> Man kann den Scheitelpunkt einer quadratischen Funktion in der allgemeinen Form auch durch Formeln bestimmen.
>
> Funktion: $y=ax^2+bx+c$ Scheitelpunkt $S(x_S|y_S)$
>
> Scheitelkoordinaten $x_S=-\frac{b}{2a}$ $y_S=c-\frac{b^2}{4a}$

Beispiele

1. Bestimme den Scheitelpunkt des Graphen der Funktion $y=-2x^2+4x+2$.

Lösung:

Es gibt 3 unterschiedliche Verfahren.

- Scheitelkoordinaten rechnerisch bestimmen ($a=-2$; $b=4$; $c=2$):

$x_S=-\frac{b}{2a}$ $y_S=c-\frac{b^2}{4a}$

$x_S=-\frac{4}{2\cdot(-2)}$ $y_S=2-\frac{4^2}{4\cdot(-2)}$

$x_S=-\frac{4}{-4}$ $y_S=2-\frac{16}{-8}$

$x_S=1$ $y_S=2+2$

$y_S=4$

$S(1|4)$

oder

- Allgemeine Form in die Scheitelpunktsform umwandeln

$y=-2x^2+4x+2$ | Streckfaktor ausklammern

$y=-2(x^2-2x-1)$

$y=-2\left(x^2-2x+\left(\frac{2}{2}\right)^2-\left(\frac{2}{2}\right)^2-1\right)$ | Quadratische Ergänzung

$y=-2(x^2-2x+1-1-1)$

$y=-2[(x-1)^2-2]$ | Ausmultiplizieren

$y=-2\cdot(x-1)^2+4$

$S(1|4)$

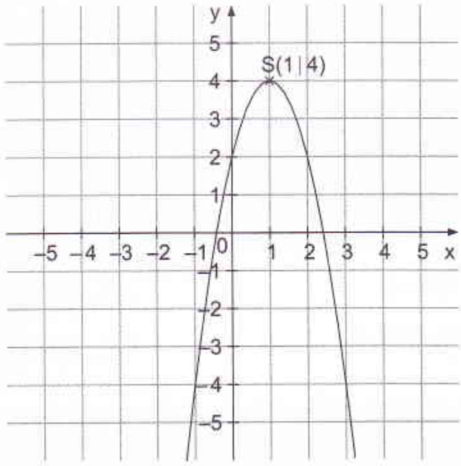
oder

- Zeichnerische Lösung

Wertetabelle

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	–68	–46	–28	–14	–4	2	4	2	–4	–14	–28

Graph



2. Im botanischen Garten werden an heißen Sommertagen Beregnungsanlagen eingeschaltet, die viele Pflanzen vor dem Austrocknen schützen. Ein Wasserbogen, der aus einer feinen Düse am Boden austritt, beschreibt annähernd eine Parabel mit der Funktionsgleichung $y=-0{,}05x^2+0{,}5x$ (x ist die Weite und y die Höhe des Wasserbogens in Meter).

a) Stelle die Bahn des Wasserbogens im Koordinatensystem dar ($0 \leq x \leq 11$). Lege vorher eine Wertetabelle an.

b) Lies aus deiner Zeichnung ab, welche maximale Höhe der Wasserstrahl erreicht. Überprüfe das Ergebnis rechnerisch.

c) Wie weit reicht ein Wasserbogen? Wird eine Pflanze in 12 m Entfernung noch mit Wasser versorgt?

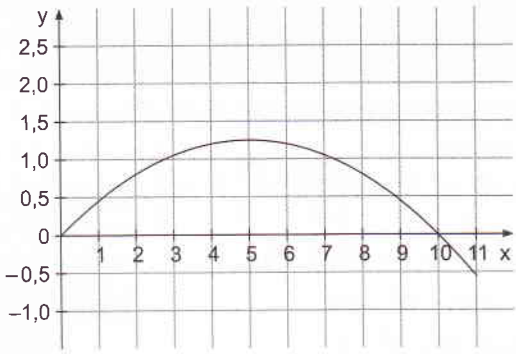
Lösung:

Wertetabelle

a)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	0	0,45	0,8	1,05	1,2	1,25	1,2	1,05	0,8	0,45	0	–0,55

Graph



b) Aus der Zeichnung liest man eine maximale Höhe von ca. 1,25 m ab.

Rechnerische Lösung:
Gesucht ist der höchste Punkt des Graphen, also der Scheitelpunkt.
Zur Berechnung gibt es zwei Verfahren.

Scheitelpunktsform: **oder** Formeln:

$$y = -0{,}05x^2 + 0{,}5x$$
$$y = -0{,}05(x^2 - 10x)$$
$$y = -0{,}05\left(x^2 - 10x + \left(\frac{10}{2}\right)^2 - \left(\frac{10}{2}\right)^2\right)$$
$$y = -0{,}05(x^2 - 10x + 25 - 25)$$
$$y = -0{,}05[(x-5)^2 - 25]$$
$$y = -0{,}05 \cdot (x-5)^2 + 1{,}25$$

$S(5\,|\,1{,}25)$

$$x_S = -\frac{b}{2a}$$
$$x_S = -\frac{0{,}5}{2 \cdot (-0{,}05)}$$
$$x_S = -\frac{0{,}5}{-0{,}1} = 5$$
$$y_S = c - \frac{b^2}{4a}$$
$$y_S = 0 - \frac{0{,}5^2}{4 \cdot (-0{,}05)}$$
$$y_S = -\frac{0{,}25}{-0{,}2} = 1{,}25$$

$S(5\,|\,1{,}25)$

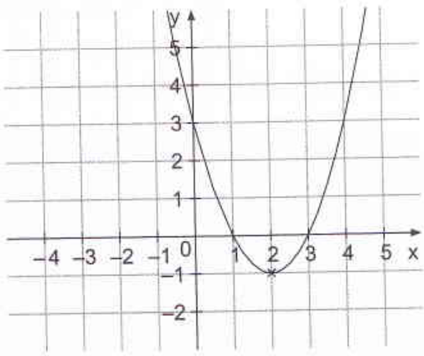
Der höchste Punkt ist $S(5\,|\,1{,}25)$, d. h. die maximale Höhe beträgt 1,25 m.

c) Der Wertetabelle oder dem Graphen in Teilaufgabe a entnimmt man, dass der Wasserbogen in 10 m Entfernung auf dem Erdboden auftrifft. Eine Pflanze in 12 m Entfernung wird demnach nicht mehr mit Wasser versorgt.

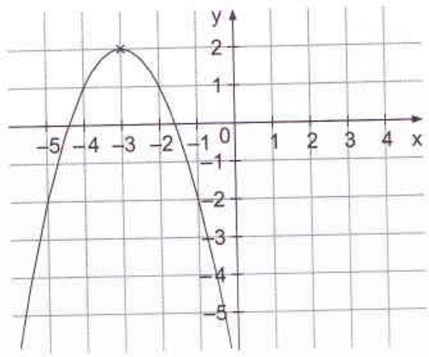
Aufgaben

89 Gib den Scheitelpunkt und die Funktionsgleichung der unten abgebildeten, verschobenen Normalparabeln in der Scheitelpunktsform und in der allgemeinen Form an.

a)



b)



90 Die Normalparabel wird im Koordinatensystem um 5 LE nach links, danach um 2 LE nach oben verschoben.

a) Welche Koordinaten hat der Scheitelpunkt?
(Tipp: Skizziere die Verschiebung der Normalparabel.)

b) Wie heißt die Funktionsgleichung in der Scheitelpunktsform und in der allgemeinen Form?

91 Gegeben ist die quadratische Funktion $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 3$.

a) Zeichne den Graphen im Bereich $-2 < x < 8$.
b) Überprüfe rechnerisch, ob die Punkte $P(4|5{,}8)$ und $Q(-9|-42)$ auf dem Graphen liegen.
c) Lies die Koordinaten des Scheitelpunktes ab und überprüfe sie rechnerisch.

92 Ein Golfspieler schlägt ab. Die Bahn des Golfballs kann man annähernd mit der Funktion $y = -\frac{1}{125}x^2 + \frac{4}{5}x$ beschreiben (y: Höhe des Balles in m, x: Weite des Balles in m).

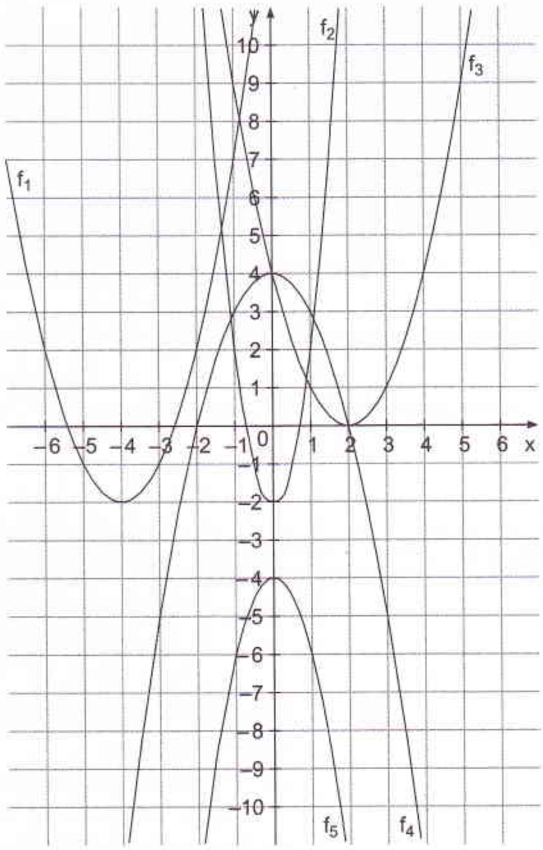
a) Zeichne den Graphen mithilfe der Wertetabelle.

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
y												

b) Wie weit fliegt der Golfball?
c) Welche größte Höhe erreicht der Golfball?
d) 17 m nach dem Abschlag steht ein 11 m hoher Baum. Wie nah kommen sich Baum und Golfball?

93 Welcher Graph gehört zu welcher Funktionsgleichung?

a) $y = -x^2 + 4$
b) $y = (x-2)^2$
c) $y = (x+4)^2 - 2$
d) $y = 4x^2 - 2$
e) $y = -2x^2 - 4$



Nullstellen einer quadratischen Funktion

Merke

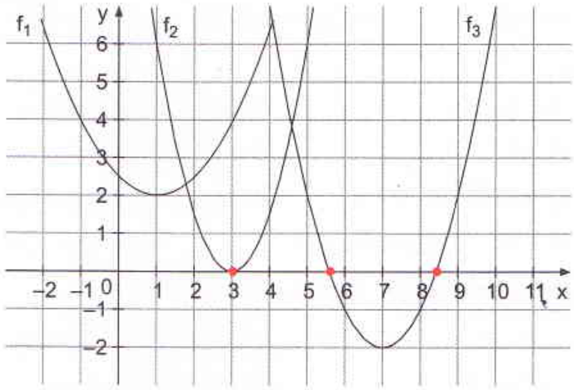
- Die Punkte, an denen der Graph einer Funktion die x-Achse schneidet, bezeichnet man als Nullstelle der Funktion.
- Die y-Koordinate einer Nullstelle ist immer 0.
- Eine quadratische Funktion kann zwei, eine oder keine Nullstelle besitzen.

Beispiele

1. Wie viele Nullstellen haben die folgenden Funktionen?

   $f_1\colon y=\frac{1}{2}x^2-x+2{,}5$ $\quad$ $f_2\colon y=1{,}5x^2-9x+13{,}5$ $\quad$ $f_3\colon y=x^2-14x+47$

   Lösung:



2. Berechne die Nullstellen der Funktion $y=x^2-3x-4$.

   Lösung:
   Die y-Koordinate ist 0: $0=x^2-3x-4$
   Die Nullstellenberechnung führt auf eine **quadratische Gleichung**.
   Man löst eine quadratische Gleichung mithilfe von speziellen Lösungsverfahren (z. B. pq-Formel), die im folgenden Abschnitt behandelt werden.

3.2 Quadratische Gleichungen

Quadratische Gleichungen

Gleichungen der Form $\mathbf{ax^2+bx+c=0}$ (wobei a, b, c reelle Zahlen sind und $a \neq 0$) nennen wir **quadratische Gleichungen**.

Mittels Division durch a kann jede quadratische Gleichung auf die **Normalform** $\mathbf{x^2+px+q=0}$ gebracht werden.

Zunächst werden zwei Sonderfälle quadratischer Gleichungen betrachtet.

Reinquadratische Gleichungen $x^2 - q = 0$

Reinquadratische Gleichungen

Quadratische Gleichungen mit $p=0$ und der Form $\mathbf{x^2 - q = 0}$ heißen **reinquadratische Gleichungen**.
Folgende Fälle sind zu unterscheiden:
$q>0$: Es gibt genau zwei Lösungen, nämlich $x_1 = -\sqrt{q}$ und $x_2 = \sqrt{q}$.
$q=0$: Es gibt genau eine Lösung, nämlich $x = 0$.
$q<0$: Es gibt keine reellen Lösungen.

Beispiel

Löse folgende reinquadratische Gleichungen.

a) $x^2 - 4 = 0$ b) $3x^2 + 21 = 0$ c) $(x+4)^2 - 2x = 6x + 16$

Lösung:

a) $x^2 - 4 = 0$ Reinquadratische Gleichung
$x^2 = 4$ Äquivalente Umformung
$x_1 = +\sqrt{4}$ $x_2 = -\sqrt{4}$ Es gibt 2 verschiedene Werte für x, die die Gleichung erfüllen.
$x_1 = +2$ $x_2 = -2$
$\mathbb{L} = \{-2; +2\}$ Lösungsmenge

b) $3x^2 + 21 = 0$ Reinquadratische Gleichung
$x^2 = -7$ Äquivalente Umformung
$\mathbb{L} = \varnothing$ Keine Lösung, weil es keinen reellen Wert für x gibt, der die Gleichung erfüllt.

c) $(x+4)^2 - 2x = 6x + 16$ Klammer auflösen
$x^2 + 8x + 16 - 2x = 6x + 16$ Äquivalente Umformung
$x^2 = 0$
$x = 0$ Nur $x=0$ erfüllt die gegebene Gleichung.
$\mathbb{L} = \{0\}$ Es gibt nur eine Lösung.

Aufgaben

94 Löse die Gleichungen ($\mathbb{G} = \mathbb{R}$).

a) $2x^2 - 98 = 0$ b) $3x^2 - \frac{108}{169} = 0$

c) $(x-2)^2 + 12x = -3x^2 + (x+4)^2$ d) $(x-2)^2 + 12(x-1) = -3x^2 + (x+4)^2$

e) $5x^2 + 45 = 0$ f) $5 - (x-3)^2 = 3(2x-1)$

g) $\frac{x+5}{25} = \frac{3}{x-5}$

95 Gib jeweils zu den angegebenen Lösungsmengen eine zugehörige reinquadratische Gleichung an ($\mathbb{G} = \mathbb{R}$):

a) $\mathbb{L} = \{-3; +3\}$ b) $\mathbb{L} = \left\{-\frac{3}{4}; +\frac{3}{4}\right\}$ c) $\mathbb{L} = \{-\sqrt{5}; +\sqrt{5}\}$

96 Löse die folgenden Gleichungen mithilfe des Taschenrechners:

a) $3x^2 - 16{,}5265 = 0$ b) $2{,}5x^2 - (8{,}75)^3 = 0$ c) $0{,}5x^2 = (\sqrt{6{,}25})^3$

Quadratische Gleichungen $x^2+px=0$

Merke

Quadratische Gleichungen $x^2+px=0$

Eine quadratische Gleichung der Form $x^2+px=0$ löst man durch Ausklammern von x:
$x^2+px=0 \quad \Leftrightarrow \quad x(x+p)=0$
Da ein Produkt immer genau dann null ist, wenn (mindestens) ein Faktor null ist, erhält man die beiden Lösungen $x_1=0$ und $x_2=-p$.

Beispiel

Löse folgende quadratische Gleichungen der Form $x^2+px=0$.

a) $x^2+3x=0$ b) $x^2-5x=0$

Lösung:

a) $x^2+3x=0$

$x(x+3)=0$ Ausklammern von x

$x_1=0 \quad x_2=-3$ Jeder der beiden Faktoren wird gleich null gesetzt.

$\mathbb{L}=\{-3; 0\}$ Lösungsmenge

b) $x^2-5x=0$

$x(x-5)=0$ Ausklammern von x

$x_1=0 \quad x_2=5$ Jeder der beiden Faktoren wird gleich null gesetzt.

$\mathbb{L}=\{0; 5\}$ Lösungsmenge

Aufgabe 97

Löse die folgenden Gleichungen.

a) $x^2-\frac{3}{4}x=0$ b) $2x^2-5x=0$ c) $-3x^2+9x=0$

Die allgemeine quadratische Gleichung $x^2+px+q=0$

Merke

Lösung der allgemeinen quadratischen Gleichung $x^2+px+q=0$

Die allgemeine quadratische Gleichung $x^2+px+q=0$ löst man mit der Lösungsformel:

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

Der Ausdruck unter dem Wurzelzeichen $\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$ heißt **Diskriminante D.**

Für $D>0$ gibt es 2 verschiedene Lösungen.

Für $D=0$ gibt es eine Lösung $\left(x_1=x_2=-\frac{p}{2}\right)$.

Für $D<0$ gibt es keine Lösung, da man aus einer negativen Zahl keine Wurzel ziehen kann.

Eine solche quadratische Gleichung kann man auch mithilfe quadratischer Ergänzung lösen.

Beispiele

Gib jeweils die Lösungsmenge der quadratischen Gleichungen an:

1. $x^2+2x-8=0$ allgemeine quadratische Gleichung mit $(p=2;\ q=-8)$:

$$x_{1,2}=\frac{-2}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2-(-8)}$$

$$x_{1,2}=-1\pm\sqrt{9}$$

$x_1=-1+3 \qquad x_2=-1-3$

$x_1=2 \qquad x_2=-4$

$\mathbb{L}=\{-4;\ 2\}$

oder

Lösung mithilfe quadratischer Ergänzung:

$x^2+2x-8=0$

$x^2+2x+1-1-8=0$ — quadratische Ergänzung

$(x+1)^2-9=0 \quad |+9$

$(x+1)^2=9$

$x_1+1=3 \qquad x_2+1=-3$

$x_1=2 \qquad x_2=-4$

$\mathbb{L}=\{-4;\ 2\}$

2. $9x^2-19x-10=2\cdot(x^2+4x+4)+x\cdot(x-15)$ — Klammern auflösen

$9x^2-19x-10=2x^2+8x+8+x^2-15x$ — Äquivalenzumformungen

$6x^2-12x-18=0 \quad |:6$ — Äquivalenzumformungen

$x^2-2x-3=0$ — Quadratische Gleichung (Normalform) mit $p=-2;\ q=-3$

$$x_{1,2}=-\frac{-2}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2+3}$$ — Werte für p und q ersetzen

$$x_{1,2}=1\pm\sqrt{4}$$

$$x_{1,2}=1\pm 2$$

$x_1=3 \quad x_2=-1$

$\mathbb{L}=\{-1;\ 3\}$

3. $-\frac{1}{3}x^2-2x-3=0 \quad |\cdot(-3)$ — Äquivalenzumformungen

$x^2+6x+9=0$ — Quadratische Gleichung (Normalform) mit $p=6;\ q=9$

$$x_{1,2}=-\frac{6}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2-9}$$

$$x_{1,2}=-3\pm\sqrt{0}$$ — Werte für p und q einsetzen

$x=-3$

$\mathbb{L}=\{-3\}$

4. $3x^2 - 6x + 5 = 0 \quad |:3$

$x^2 - 2x + \frac{5}{3} = 0$ — Quadratische Gleichung (Normalform) mit $p = -2$; $q = \frac{5}{3}$

$x_{1,2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{1 - \frac{5}{3}}$ — Werte für p und q einsetzen

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{-\frac{2}{3}}$ — Die quadratische Gleichung hat keine Lösung.

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \varnothing$

Aufgaben

98 Löse folgende quadratischen Gleichungen ($G = \mathbb{R}$).

a) $2x^2 + 6x - 20 = 0$ b) $x^2 - 2x - 15 = 0$

c) $\frac{1}{2}x^2 + 12{,}5x + 50 = 0$ d) $4x^2 = 12 + 8x$

e) $-6x^2 - 9x + 6 = 0$ f) $0{,}1x^2 + x + 2{,}9 = 0$

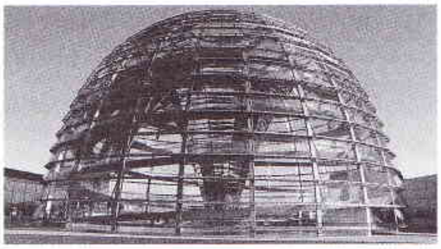
g) $16x^2 + 25 = 40x$ h) $-\frac{3}{2}x^2 + 6x - 3 = 0$

i) $(2x-5)^2 = x(x-9) + 19$ j) $3x(x-1) - 2(10-x) = 40 + 2x$

99 Berechne die Nullstellen der quadratischen Funktion.

a) $y = x^2 - 3x - 4$ b) $y = \frac{1}{2}x^2 - 8x + 7{,}5$

100 Die Kuppel auf dem Reichstag hat eine Höhe von 23 m. Der Längsschnitt gleicht annähernd einer Parabel mit der Gleichung $y = -0{,}0575x^2 + 23$.



a) Skizziere die Parabel in einem Koordinatensystem.

b) Berechne den unteren Durchmesser der Kuppel.

101 Die Länge ℓ eines rechteckigen Grundstücks ist um 20 m größer als dessen Breite b. Die Länge wird um 5 m verkürzt und zugleich die Breite verdoppelt. Der Flächeninhalt des so entstandenen Grundstücks ist um 936 m^2 größer als der des ursprünglichen Grundstücks. Wie groß sind Länge und Breite des ursprünglichen Grundstücks?

Der Satz von Vieta

Merke

Satz von Vieta

x_1 und x_2 sind genau dann die Lösungen der quadratischen Gleichung $\mathbf{x^2+px+q=0}$, wenn die beiden folgenden Gleichungen erfüllt sind:

$\mathbf{x_1+x_2=-p}$ und $\mathbf{x_1 \cdot x_2=q}$

Beispiele

1. Bestimme die Lösungen der quadratischen Gleichung $x^2+4x+3=0$ mithilfe des Satzes von Vieta.

   Lösung:

   Für die Lösungen x_1, x_2 gelten nach dem Satz von Vieta:

   $x_1+x_2=-4$ (1) und $x_1 \cdot x_2=3$ (2)

   Aus der Gleichung (2) sieht man, dass ganzzahlige Lösungen x_1, x_2 Teiler von 3 sein müssen. Mögliche Lösungen sind also ±1 und ±3.
   Da x_1+x_2 negativ ist, empfiehlt sich also die Wahl $x_1=-1$ und $x_2=-3$.
   Damit erhält man $x_1+x_2=-1+(-3)=-4$ und $x_1 \cdot x_2=(-1)\cdot(-3)=3$.
   Somit sind $x_1=-1$ und $x_2=-3$ tatsächlich die Lösungen von $x^2+4x+3=0$.

2. Gib eine quadratische Gleichung der Form $x^2+px+q=0$ mit den Lösungen –5 und 2 an.

   Lösung:

   $-p=-5+2=-3$, also $p=3$;
   $q=(-5)\cdot 2=-10$
   Daher ist $x^2+3x-10=0$ eine quadratische Gleichung mit den Lösungen –5 und 2.

Aufgaben

102 Überprüfe mithilfe des Satzes von Vieta, ob die gegebenen Werte x_1 und x_2 tatsächlich die zughörige quadratische Gleichung erfüllen.

a) $x_1=1$ und $x_2=3$ sind Lösungen der quadratischen Gleichungen $x^2-4x+3=0$.

b) $x_1=-1$ und $x_2=5$ sind Lösungen der quadratischen Gleichungen $4x^2-16x-20=0$.

103 Ermittle die Lösungen der folgenden quadratischen Gleichungen mithilfe des Satzes von Vieta:

a) $x^2-7x+6=0$
b) $x^2+9x+20=0$
c) $x^2+8x-20=0$
d) $x^2-x-6=0$

104 Gib eine quadratische Gleichung der Form $x^2+px+q=0$ mit den folgenden Lösungen an:

a) $x_1=2;\ x_2=-6$
b) $x_1=-4;\ x_2=7{,}5$